

050(G)
(MARCH, 2010)

Time : 3.00 Hours)

[Maximum Marks : 100]

સુધીનાંદા

- આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ પાંચ વિભાગ અને 54 પ્રશ્નો છે.
 - બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
 - પ્રશ્નની સામે લખેલ અંક ગુણ દર્શાવી છે.
 - પ્રશ્નની સૂચના પ્રમાણે જવાબ લખવા.
 - નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.

વિભાગ - A

□ નીચે આપેલા 1 થી 15 હેતુલક્ષી પ્રકલ્પનાં પ્રશ્નનો છે. આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ 15
(A, B, C, D) પસંદ કરીને જવાબ લખો છેણનો 1 ગુણ છે.

4. પરબ્રહ્ય $y^2 = 2x$ પર શિરોબિંદુ સિવાયનું એવું બિંદુ શૈથો કે જેનો x - યામ તેના y - યામ કરતો બનાણો છે.
- A) (4, 2) B) (6, 3)
 C) (4, 8) D) (8, 4)
5. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ ના સહસ્કર્તાનું સમીક્ષણ લખો.
- A) $x^2 + y^2 = 4$ B) $x^2 + y^2 = 9$
 C) $x^2 + y^2 = 13$ D) $x^2 + y^2 = 5$
6. $|(Cos \theta Cos \alpha, Cos \theta Sin \alpha, Sin \theta)|$ મેળવો.
- A) -1 B) 0
 C) 1 D) આપી એકપણ નહીં
7. $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ બળથી એક કણનું $3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ સ્થાનાંતર થાય તો થયેલ કાર્ય શૈથો.
- A) $\sqrt{11}$ B) 13
 C) 11 D) 9
8. $6x - 3y + 2z = 1$ અને $12x - 6y + 4z = 21$ વર્ચેનું લંબાંતર શૈથો.
- A) $\frac{20}{\sqrt{14}}$ B) $\frac{20}{14}$
 C) $\frac{19}{14}$ D) $\frac{19}{\sqrt{14}}$
9. $\lim_{x \rightarrow -27} -[\sqrt[3]{x}] = \dots$
- A) -3 B) -4
 C) 3 D) 4

10. એનું ફરજિયાનું હોય કે $\lim_{x \rightarrow 0.5} \frac{f(x) - f(0.5)}{x - 0.5}$ હોય.

A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

C) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. $\int_{-1}^2 x \cdot |x| dx = \dots \dots \dots \dots$

A) $\frac{7}{3}$

B) $-\frac{7}{3}$

C) $\frac{8}{3}$

D) $-\frac{8}{3}$

12. એનું પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો કે $y = \cot x, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}$ તથા X -અક્ષ વચ્ચેના અસ્વચ્છ (સિમિત) પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ.

A) $\log 2$

B) $\frac{3}{2} \log 2$

C) $\frac{1}{2} \log 2$

D) $2 \log 2$

13. નિયલ સમીકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ નું કક્ષા શોધો.

A) 1

B) ના મળો

C) 2

D) 3

14. 19.6 મી/સેકન્ડ ની ઋડપે શિરોલંબ દિશામાં એક દડો ફેલ્પામાં આવે છે. તો દડાની મહત્તમ ઊચાઈ શોધો.

A) 19.6 મી

B) 19.6 સેમી

C) 9.8 મી

D) 9.8 સેમી

15. $y = x^3$ પર એવું બિંદુ શોધો જ્યાં સ્પર્શકનો ઢાળ તેના y - યામ બરાબર હોય.

A) (-3, -27)

B) (1, 1)

C) (3, 27)

D) (27, 3)

વિભાગ - B

□ નીચે આપેલા 16 થી 30 પ્રશ્નોના જવાબ એક વિધાનમાં આપો દરેક પ્રશ્નનો 1 ગ્રુપ છે. 15

16. $d((x, 2), (3, -5)) = \sqrt{53}$ તો x શોધો.

17. જેના પ્રચલ સમીકરણો $x = -1 + 2 \sin \theta$, $y = 1 + 2 \cos \theta$, $\theta \in (-\pi, \pi]$ હોય તેવા વર્તુળનું અતેંદ્રીય સમીકરણ મેળવો.

18. પરવલય $y^2 = 6x$ ને બિંદુ $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ માંથી દોરેલા સ્પર્શકોનાં સમીકરણ મેળવો.
અથવા

પરવલય $y^2 = 8x$ ના એવા સ્પર્શકોનાં સમીકરણો મેળવો કે જેમના X - અક્ષ પરનો અંતખંડ - 2 હોય.

19. ઉપવલય $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ પરના $(-8, -3)$ ને સંગત ઉત્ક્રિય કોણનું માપ શોધો.
અથવા

ઉપવલય $2x^2 + 3y^2 = 6$ પરના જે બિંદુનો x-યામ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ હોય, તેવા પ્રથમ ચરણના બિંદુ આગળના સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

20. $(1, 1, 2)$ તથા $(4, 3, 3)$ બંનેને લંબ એકમ સહિશ્શો શોધો.

21. $V(4, 5, 1), A(4, 3, 3), B(3, 2, 1), C(1, 2, -1)$ તો ચતુર્ભુજ $V - ABC$ નું ઘનક્ષળ શોધો.

22. રેખાઓ $x - 2 = y + 1 = z - 4$ અને $x - 3 = y + 2 = z - 6$ વચ્ચેનું અંતર શોધો.

23. જેનું કેન્દ્ર $(2, 3, -4)$ હોય તથા જે $2x + 6y - 3z + 22 = 0$ સમતલને સ્પર્શો તેવા ગોલકનું સમીકરણ શોધો.

24. જે $f'(x) = f(x) + 3$ તથા $f(0) = 1$ હોય તો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ની કિમત શોધો.

25. $\int \frac{2+3x}{3-2x} dx$ શોધો.

15

અથવા

$\int x^2 e^x \cdot dx$ શોધો.

26. $\int e^{2x} \sin x \cos x dx$ મેળવો.

27. $\int_0^{\sqrt[3]{2}} x^5 \cdot e^{x^3} dx$ નું મૂલ્ય મેળવો.

28. વિકલ સમીકરણ ઉક્લો : $\frac{dy}{dx} - 3y = e^{3x}$.

29. જગ્યીન સાથે $\frac{\pi}{4}$ માપના ખૂબો આવેલી પાઈપમંથી પાછી 16 મી/સે ના વેગધી નીકળો છે.
તો તે જગ્યીન પર કેટલા અંતર સુધી પહોંચશે?

30. પદાર્થને 98 મી/સે ની ઝડપથી ઉધ્વ હિસામાં પ્રક્રિયા કરવામાં આવે છે. 10 મી સેકન્ડમાં તેણે
કાપેલું અંતર શોધો.

વિભાગ - C



નીચે આપેલા 31 થી 40 પ્રશ્નોના સંક્ષિપ્ત જવાબ લખો. દ્વાં પ્રશ્નના 2 ગુણ છે.

20

31. $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ માંથી પસાર થતી $x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = a$ રેખાને લંબ
રેખાનું સમીકરણ $x \cos \theta - y \sin \theta = a \cos 2\theta$ તેમ સાબિત કરો. ($a \neq 0$)

અથવા

$x - 2y = 3$ રેખા સાથે $\frac{\pi}{4}$ માપનો ખૂબો બનાવતી અને $(-3, 2)$ માંથી પસાર થતી રેખાનાં
સમીકરણ મેળવો.

32. પરવલય $x^2 = 12y$ પરનાં કોઈ બિંદુ P નું નાભિ S થી અંતર $SP = 6$ એકમ હોય, તો
બિંદુ P ના ધામ શોધો.

33. ઉપલબ્ધ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ની કોઈ જીવા PQ એ કેન્દ્ર C આગળ કાટખૂણો આંતરે તો સાંબિત [નીચે 2]

$$\text{કરો કે } \frac{1}{CP^2} + \frac{1}{CQ^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

અથવા

ઉપલબ્ધના કોઈ બિંદુ P આગળનો સ્પર્શક નિયામિકાને બિંદુ F માં છેદે છે. તો સાંબિત કરો \overline{PF} અનુભૂતિ આગળ કાટખૂણો આંતરે છે.

34. અતિવલખન $3x^2 - 2y^2 = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો. [42.]

35. $i + \sqrt{3}j$ તથા $\sqrt{3}i + aj$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{6}$ હોય તો a શોધો. [43.]

36. જો $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ અસમતલીય હોય તો સાંબિત કરો કે $\bar{x} + \bar{y} - 2\bar{z}, \bar{x} - \bar{y} - \bar{z}, \bar{x} + \bar{z}$ પણ અસમતલીય છે.

37. $x^2 + y^2 + z^2 = 64$ તથા $2x + 3y - z - 5\sqrt{14} = 0$ ના છેદથી બનતા વર્તુળની રીતના શોધો.

38. $e^{-x} + e^{-y} = e^{-(x+y)}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

અથવા

$$\frac{d}{dx} \left(\cos^{-1}(4x^3 - 3x) \right) \text{ મેળવો, જ્યાં } 0 < x < \frac{1}{2}$$

39. રોલનું પ્રમેય લાગુ પડે, તો તે કાણી C શોધો.

$$f(x) = \sin x + \cos x + 1; x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$$

40. $\int \frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 - 3)} dx$ મેળવો.

અથવા

$$\int \frac{x-1}{(x+2)^4} e^x dx \text{ મેળવો.}$$

વિભાગ - D

બિન્ડ

નીચે આપેલા 41 થી 50 પ્રશ્નોના મુદ્દાસર જવાબ આપો. દરેક પ્રશ્નના તૃ ગુણ છે. 30

41. $A(6, 7), B(-2, 3), C(9, 1)$ રિઝોબિન્ડુવાળા ક્રિકેટ માટે $\angle C$ નો દ્રિભાજક \overline{AB} ને બિંદુમાં છેદ તે બિંદુના ધામ શોધો.

અથવા

$\triangle ABC$ નું ક્ષેત્રફળ 28 એકમ હોય અને $A(9, 2), B(1, -2)$ અને $C(3, 6)$ હોય તો બિંદુ B માંથી \overline{CA} પરના લંબાની લંબાઈ શોધો.

42. $(1, 0), (0, -6), (3, 4)$ માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.
43. બળ $(5, 3, 4)$ બિંદુ $(-2, 1, 0)$ આગળ લાગે, તો $(1, 1, -1)$ આસપાસ બળની ચક્કમાત્રા તથા તેનું આન શોધો.
44. $\bar{r} = (1, 1, -1) + k(3, -1, 0), k \in R$ તથા $\bar{r} = (4, 0, -1) + k(2, 0, 3), k \in R$ ના છેદબિંદુમાંથી પસાર થતી અને બંને રેખાઓને લંબરેખાનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

$x = 1 + t, y = 1 + 6t, z = 2t, t \in R$ તથા $x = 1 + 2k, y = 5 + 15k,$
 $z = -2 + 6k, k \in R$ વચ્ચેનું ન્યૂનતમ અંતર શોધો.

45. $2x + 4y + 8z = 17$ ને સમાંતર તથા રેખા $x = 3 + 2t, y = t, z = 8 - t, t \in R$ ને સમાવતા સમતલનું સમીકરણ શોધો.

46. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\log(1+x)}$ શોધો.

અથવા

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^6 x}{1 + x^2 - \cos x} \text{ શોધો.}$$

47. 64 નાં એવા બે ભાગ પાડો કે ક્ષેત્રી તેમના ઘનનો સરવાળો ન્યૂનતમ થાય.

48. સરવાળાના લક્ષ તરફિ $\int_a^b \sin x \, dx$ મેળવો.

49. વક્ક $y = 4 - x^2$ અને X -અક્ષથી આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ $\frac{32}{3}$ છે, એમ બતાવો.

50. $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 3}{2(x - y) + 5}$ વિકલ સમીકરણ ઉલો.

વિભાગ - E

□ નીચે આપેલા 51 થી 54 પ્રશ્નોના માંયા મુજબ જવાબ આપો. દેંક પ્રશ્નના 5 ગુણ છે.

20

51. $x - 3y + 1 = 0$ અને $2x + 5y - 9 = 0$ ના છેદબિન્હમાંથી પસાર થતી અને અફ્ઝો પર સમાન લંબાઈના અંતઃખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

(1, 2) માંથી પસાર થતી અને $x - 2y - 2 = 0$ અને $x - 2y + 8 = 0$ વરસે 5 એકમ લંબાઈનો રેખાખંડ કાપતી રેખાનાં સમીકરણ મેળવો.

52. $y = x \operatorname{Log} \frac{x}{a+bx}$ તો $x^3 y_2 = (xy_1 - y)^2$ સાબિત કરો.

$$53. f(x) = \begin{cases} x - a\sqrt{2} \sin x; & 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ 2x \cot x + b; & \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ a \cos 2x - b \sin x; & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases} [0, \pi] પર સતત છે, તો a, b શોધો.$$

54. $\int x \sqrt{2ax - x^2} dx$ મેળવો ($a > 0$)

અથવા

$$\int \frac{3x + 5}{\sqrt{8 - 2x - x^2}} dx$$
 મેળવો