

050(G)

(JULY, 2008)

Time : 3.00 Hours]

[Maximum Marks : 100

સૂચનાઓ :-

- (1) બંધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તરો આપો.
- (2) વિભાગીય સૂચના પ્રમાણે વિભાગીય પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.
- (3) નવો વિભાગ નવા પાના પર જ લખવો.

SECTION - A

નીચે આપેલા 1 થી 15 બહુવૈકલ્પિક પ્રશ્નો કે જે 1-1 ગુણના છે. તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબના અનુક્રમ (A) or (B) or (C) or (D) દ્વારા જ આપો.

15

1. ΔABC માં $A(1, -6)$ તથા $B(-5, 2)$ છે. જો મધ્યકેન્દ્ર $G(-2, 1)$ હોય તો C ના યામ શું થાય?

- | | |
|---------------|---------------|
| (A) $(-2, 1)$ | (B) $(-2, 6)$ |
| (C) $(3, 2)$ | (D) $(-2, 7)$ |

2. $d\{(a, 0), (0, b)\} = ?$

- | | |
|---------------|------------------------|
| (A) a | (B) b |
| (C) $ a - b $ | (D) $\sqrt{a^2 + b^2}$ |

3. પરવલય $y^2 = 20x$ ના પ્રચલ બિંદુ t ના યામ કયાં છે. ($t \in \mathbb{R}$)

- | | |
|-------------------|------------------|
| (A) $(5t, 4t^2)$ | (B) $(5t^2, 4t)$ |
| (C) $(5t^2, 10t)$ | (D) $(t, 2t)$ |

4. જો રેખા $y = 2x + c$ પરવલય $y^2 = 16x$ ને સ્પર્શે તો c નું મૂલ્ય શું થાય?

- | | |
|-------|----------------|
| (A) 2 | (B) -2 |
| (C) 8 | (D) $\sqrt{2}$ |

5. ઉપવલય $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ના નિયામિકા વૃત્તનું સમીકરણ કયું થાય?

(A) $x^2 + y^2 = 9$

(B) $x^2 + y^2 = 16$

(C) $x^2 + y^2 = 25$

(D) $x^2 + y^2 = 7$

6. અતિવલય $x^2 - y^2 = 144$ ની ઉત્કેન્દ્રતા કઈ છે?

(A) $\sqrt{21}$

(B) $\sqrt{2}$

(C) $\sqrt{7}$

(D) $\sqrt{3}$

7. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = ?$ જ્યાં $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ એ \mathbb{R}^3 ના શૂન્યેતર ભિન્ન સદિશો છે.

(A) $\begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{c} & \vec{a} \cdot \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{c} & \vec{b} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$

(B) $\begin{vmatrix} \vec{b} \cdot \vec{c} & \vec{b} \cdot \vec{d} \\ \vec{a} \cdot \vec{c} & \vec{a} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{d} & \vec{a} \cdot \vec{c} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} & \vec{b} \cdot \vec{c} \end{vmatrix}$

(D) $\begin{vmatrix} \vec{b} \cdot \vec{d} & \vec{b} \cdot \vec{c} \\ \vec{a} \cdot \vec{d} & \vec{a} \cdot \vec{c} \end{vmatrix}$

8. સદિશ $\vec{a} = (1, 1, 1)$ નો સદિશ $\vec{b} = (2, 2, 1)$ પર પ્રક્ષેપ સદિશ શું થાય?

(A) $\frac{5}{9}(2, 2, 1)$

(B) $(1, 3, 2)$

(C) $(0, 0, 1)$

(D) $\frac{1}{9}(1, 3, 2)$

9. બિંદુઓ $(3, 2, 1)$ તથા $(5, 6, 7)$ માંથી પસાર થતી રેખાની દિશા કઈ છે?

(A) $(8, 8, 8)$

(B) $(2, 4, 3)$

(C) $(4, 3, 2)$

(D) $(2, 4, 6)$

10. સમતલો $6x - 3y + 2z = 1$ અને $12x - 6y + 4z = 21$ વચ્ચેનું લંબ અંતર શું થાય?

(A) $\frac{63}{17}$

(B) $\frac{6}{31}$

(C) $\frac{12}{7}$

(D) $\frac{19}{14}$

11. ગોલક $|\vec{r}|^2 - \vec{r} \cdot (2, 4, 6) + 5 = 0$ નું કેન્દ્ર શું થાય?

(A) $(2, 4, 6)$

(B) $(1, 2, 3)$

(C) $(2, 1, 3)$

(D) $(2, 3, 5)$

050(E)

050(G)

[2]

12. ગણ $\{x/|x+1| < 3, x \in \mathbb{R}\}$ નું $N(a, \delta)$ સ્વરૂપ શું થાય?
- (A) $N(1, 3)$ (B) $N(2, 3)$
 (C) $N(3, 1)$ (D) $N(-1, 3)$

13. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $a > 0$ માટે $\frac{dy}{dx} = ?$

- (A) \sqrt{x} (B) \sqrt{y}
 (C) $\sqrt{\frac{y}{x}}$ (D) $\sqrt{\frac{x}{y}}$

14. $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx = ?$

- (A) $\tan^{-1}(x + 5) + c$ (B) $\tan^{-1}(x + 4) + c$
 (C) $\tan^{-1}(x + 2) + c$ (D) $\tan^{-1}(5x + 4) + c$

15. $\int_1^4 \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)^{-1} dx = ?$

- (A) $\log \left| \frac{17}{2} \right|$ (B) $\frac{1}{2} \log \left| \frac{17}{2} \right|$
 (C) $2 \log |17|$ (D) એકપણ નહિ.

SECTION - B

સૂચના : નીચે દર્શાવેલ પ્રશ્નો 16 થી 30 ટૂંક જવાબી છે. પ્રત્યેક પ્રશ્ન 1-1 ગુણ ધરાવે છે.
 મુદ્દાસર ઉત્તર આપો.

15

16. જો રેખા $(a + 3)x + (a^2 - 9)y + (a - 3) = 0$ ઉગમબિંદુ માંથી પસાર થાય તો a નું મૂલ્ય મેળવો.

અથવા

રેખાઓ $2x - 5y + 3 = 0$

$5x - 9y + K = 0$

તથા $x - 2y + 1 = 0$ સંગમી હોય તો K નું મૂલ્ય મેળવો.

I

A

5.

17. બે કોઈ પરવલયનું નાભિ $S(4, 0)$ તથા તેની નિયામિકાનું સમીકરણ $x + 4 = 0$ હોય તો પરવલયનું સમીકરણ મેળવો.

18. પરવલય $y^2 = 8x$ ના રેખા $x + 2y + 5 = 0$ ને લંબ સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

19. સાબિત કરો: $(\bar{x} - \bar{y}) \times (\bar{x} + \bar{y}) = 2(\bar{x} \times \bar{y})$.

20. સદિશની મદદથી ત્રિકોણ માટે cosine સૂત્ર મેળવો.

21. બે સમીકરણ $|\vec{r}|^2 - \vec{r} \cdot (2, 1, 1) + 3 = 0$ ગોલક દર્શાવે તો તેનું કેન્દ્ર શોધો.

22. જેના વ્યાસાંત બિંદુઓ $(1, 1, 1)$ તથા $(2, 2, 1)$ હોય તેવા ગોલકનું સમીકરણ મેળવો.

52.

23. બે $f(x) = \begin{cases} kx - 1, & x < 2 \\ x & x \geq 2 \end{cases}$ માટે $f(x)$ બિંદુ $x = 2$ આગળ સતત હોય તો K નું મૂલ્ય મેળવો.

53.

અથવા

54. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2006)^x + (2005)^x - 2}{x}$ મેળવો.

54.

24. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$; $x \neq 0$ માટે ઘટતું વિધેય છે એમ દર્શાવો.

25. $\sqrt{28}$ નું આસન્ન મૂલ્ય મેળવો.

26. $f(x) = x^2$, $x \in [-2, 2]$ માટે રોલનું પ્રમેય ચકાસો.

27. $\int \frac{\log x}{x} dx$ ની કિંમત મેળવો.

અથવા

$\int [\sin^2 x + \sin 2x] e^x dx$ ની કિંમત મેળવો.

050(E)

050(G)

[4]

28. સાબિત કરો કે $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$

29. વિકલ સમીકરણ $x \frac{dy}{dx} = y + 2$ નો ઉકેલ મેળવો.

30. વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} + 3y = 0$ ની કક્ષા જણાવો.

SECTION - C

સૂચના : નીચે દર્શાવેલ પ્રશ્નો 31 થી 40 કે જે નો દરેકના 2-2 ગુણ ધરાવે છે.
માઝ્યા પ્રમાણેના ઉત્તરો તમારી ઉત્તરવહીમાં લખો.

20

31. $A(3, -1)$, $B(0, 4)$ તથા $P(x, y) \in \overline{AB}$ હોય, તો $3y - x$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમત મેળવો.

અથવા

$x = 2$, $x = -1$, $y = 6$ અને $y = -2$ રેખાઓ થી બનતા લંબચોરસના વિકર્ણો ને સમાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ મેળવો.

32. વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ બિંદુ $(10, 7)$ નું મહત્તમ તેમજ ન્યૂનતમ અંતર મેળવો.

અથવા

વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 - 12x + Ky + 18 = 0$, K ની કોઈપણ કિંમત માટે X -અક્ષને સ્પર્શી છે એમ દર્શાવો.

33. જે બિંદુઓ $(1, 4)$ તથા $(-6, 1)$ ઉપવલય પરના બિંદુઓ હોય તો તે ઉપવલયનું સમીકરણ મેળવો.

34. અતિવલય $3x^2 - 2y^2 = 1$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ મેળવો.

35. સદિશો $(2, 1, 1)$ અને $(1, 2, 3)$ ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

36. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો $2\vec{i} + \vec{k}$ તથા $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

Ins

Ana

51.

37. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{10 + \cos x} - 3}{(\pi - x)^2}$ મેળવો.

અથવા

51. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ નું લક્ષ શોધો.

38. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \left(\frac{1}{4r^2 - 1}\right)$ નું મૂલ્ય શોધો.

39. $\int \frac{\sin 2x \, dx}{m^2 \sin^2 x - n^2 \cos^2 x}$ શોધો.

52.

40. કિમત મેળવો : $\int_0^1 x \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}} \, dx$.

અથવા

53.

$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ છે એમ દર્શાવો.

SECTION - D

54.

સૂચના : નીચે દર્શાવેલા પ્રશ્નો 41 થી 50 માં નો દરેક પ્રશ્ન 3-3 ગુણ ધરાવે છે.
માગ્યા પ્રમાણે ના ઉત્તર તમારી ઉત્તરવહીમાં લખો.

41. A(-2, -1), B(1, -1) તથા C(1, 3) શિરોબિંદુઓ વાળા ત્રિકોણનું મધ્યકેન્દ્ર G અને અંતઃકેન્દ્ર I હોય તો IG શોધો.

42. વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2x + fy + K = 0$ બંને અક્ષો ને સ્પર્શે તો f અને K શોધો.

43. જો $\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} = 0$ હોય તો સાબિત કરો કે $\bar{x} \times \bar{y} = \bar{y} \times \bar{z} = \bar{z} \times \bar{x}$.

અથવા

જો સદિશો (a, 1, 1), (1, b, 1) તથા (1, 1, c) સમતલીય હોય તો $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} = 1$
છે એમ દર્શાવો.

050(E)

050(G)

[6]

44. રેખાઓ $x = y = z$ તથા $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ વચ્ચેનું ન્યૂનતમ અંતર મેળવો.

45. $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 1)$ તથા $C(1, 0, 1)$ માંથી પસાર થતા સમતલનું સદિશ તથા કાર્ટેઝિય સમીકરણો શોધો તથા ઉગમબિંદુ થી અંતર શોધો.

46. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}$ (જ્યાં $m, n \in \mathbb{N}$) નું મૂલ્ય મેળવો.

47. જો $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ હોય તો સાબિત કરો કે $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$.

48. મધ્યકમાન પ્રમેય નો ઉપયોગ કરીને સાબિત કરો કે

$$\frac{1}{1+x^2} < \frac{\tan^{-1} x - \tan^{-1} y}{x-y} < \frac{1}{1+y^2} \quad (\text{જ્યાં } x > y > 0)$$

અથવા

વકો $y = ax^3$ અને $x^2 + 3y^2 = b^2$ લંબચ્છેદી છે એમ દર્શાવો. (જ્યાં $a \neq 0$, $b \neq 0$)

49. વિકલ સમીકરણ $x \frac{dy}{dx} - y + x \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ નો ઉકેલ મેળવો.

50. T સેકન્ડમાં સમક્ષિતિજ વિસ્તાર R પસાર થાય તો પ્રક્ષેપન કોણ $\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$ છે એમ દર્શાવો.

અથવા

પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થનો વેગ મહત્તમ ઊંચાઈ એ તેની મહત્તમ ઊંચાઈના અડધી ઊંચાઈ એ વેગ કરતાં $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ગણ્ય છે.

સાબિત કરો કે પ્રક્ષેપન કોણનું માપ $\frac{\pi}{3}$ છે.

SECTION - E

Ins

Ans

સૂચના : નીચે દર્શાવેલા પ્રશ્નો 51 થી 54 પ્રશ્નો નો પ્રત્યેક પ્રશ્ન 5-5 ગુણ ધરાવે છે.
તે ના માગ્યા પ્રમાણે તમામ ગણતરી ના પદો સહિત ઉત્તર આપો.

51.

51. ΔABC માં C ના યામ $(4, -1)$ છે. તથા A માંથી \overleftrightarrow{BC} પર દોરેલા વેધને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $3x + y + 11 = 0$ અને મધ્યગા \overline{AD} ને સમાવતી રેખાનું સમીકરણ $x + 2y + 7 = 0$ છે, તો તે ત્રિકોણ ની બાજુઓ ને સમાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ મેળવો.

અથવા

$3x - 4y + 1 = 0$ અને $5x + y - 1 = 0$ ના છેદબિંદુ માંથી પસાર થતી અને અક્ષો પર સમાન લંબાઈના અંતઃ ખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

52.

52. $f(x) = \begin{cases} e^x & ; x \geq 0 \\ \log(x+e) & ; x < 0 \end{cases}$

f એ $x = 0$ આગળ સતત છે? વિકલનીય છે? કેમ?

53.

53. $\int \frac{dx}{\sin x + \sec x}$ મેળવો.

54.

54. $\int_1^4 x^3 dx$ સરવાળાના લક્ષ સ્વરૂપે મેળવો.

અથવા

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \cdot \sec x}{1 + \tan x} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$$

સાબિત કરો.