

050(G)
(MARCH, 2007)

Time : 3.00 Hours]

[Maximum Marks : 100

સૂચનાઓ :-

- (1) બધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.
- (2) પ્રશ્નની સામે આપેલ સૂચના મુજબ જ તમારા ઉત્તર લખો.
- (3) નવો વિભાગ નવા પાનથી શરૂ કરો.

SECTION - A

નીચે આપેલા 1 થી 15 કે જે બહુવૈકલ્પિક પ્રશ્નો જે 1-1 ગુણના છે. તે પ્રત્યેકના ઉત્તરો માત્ર સાચા જવાબનો માત્ર અનુક્રમ (A) or (B) or (C) or (D) દ્વારા જ આપો.

15 .

1. ΔABC માં $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ તથા C - X - અક્ષ પર અને મધ્યકેન્દ્ર Y - અક્ષ પર છે તો C ના યામ શોધો.
(A) $(-4, 0)$ (B) $(2, 0)$
(C) $(0, -4)$ (D) આ પૈકી એક પણ નહિ.
2. $A(2, 2)$ અને $B(4, 2)$ હોય તો \overline{AB} ના લંબદ્વુભાજક રેખાનું સમીકરણ શોધો.
(A) $y - 3 = 0$ (B) $y + 3 = 0$
(C) $x - 3 = 0$ (D) $x - 2 = 0$
3. $(4, -3)$ કેન્દ્ર અને X - અક્ષને સ્પર્શતા વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.
(A) 4 (B) 3
(C) 5 (D) આ પૈકી એક પણ નહિ

48. 4. પરવલય $y^2 = 2x$ પર એવું બિંદુ શોધો કે જેનો x -યામ તેના y -યામ કરતાં બમણો છે.
- (A) (4, 2) (B) (6, 3)
(C) (4, 8) (D) (8, 4)

49. 5. અતિવલય $x^2 - y^2 = 16$ ના અનંત સ્પર્શકો વચ્ચેનો ખૂણો.

50. (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) આ પૈકી એકપણ નહિ.

52. 6. $|\bar{a}| = 5$, $|\bar{b}| = 3$ તથા $|\bar{a} - \bar{b}| = 4$ તો $\bar{a} \cdot \bar{b}$ શોધો.

- (A) -9 (B) 0
(C) 9 (D) આ પૈકી એકપણ નહિ.

53.

7. $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ બળ B(1, 2, 3) પર લાગે છે A(-1, 2, 0) આસપાસ બળની ચાકમાત્રા શોધો.

- (A) $\sqrt{14}$ (B) (-3, 1, 2)
(C) (3, -1, -2) (D) આ પૈકી એકપણ નહિ.

54.

8. સમતલો $ax + by + d = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) અને $z = 0$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\cos^{-1} \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$.

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{|x|}$ ની કિંમત શોધો.

- (A) -1 (B) 1
(C) 0 (D) લક્ષ ન મળે.

050(G)

10. $\frac{d}{dx} \left(e^{(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)} \right)$ શોધો, $|x| < 1$.

(A) $e^{(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)}$

(B) $\frac{e^{(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)}}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) 0

(D) આ પૈકી એકપણ નહિં.

11. $\int e^x \sec x (1 + \tan x) dx$ મેળવો.

(A) $e^x \tan x + c$

(B) $e^x \sec x + c$

(C) $e^x \tan^2 x + c$

(D) આ પૈકી એકપણ નહિં.

12. જો $f(x)$ યુગ્મ વિધેય હોય તથા $\int_{-a}^a f(x) dx = 2$ તો $\int_0^a f(x) dx$ શોધો.

(A) 0

(B) 4

(C) $\frac{a}{2}$

(D) 1

13. વક્ર $y = \cos x$, X-અક્ષ અને રેખાઓ $x = 0$, $x = \pi$ વડે આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(A) 2

(B) 1

(C) 4

(D) આ પૈકી એકપણ નહિં.

14. વિકલ સમીકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2 y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ ની કક્ષા શોધો.

(A) 1

(B) ન મળે

(C) 2

(D) 3

15. 19.6 મીટર/સેકન્ડની ઝડપે શિરોલંબ દિશામાં દડો ફેંકવામાં આવે છે તો મહત્તમ ઊંચાઈ માટે લાગતો સમય શોધો.

(A) 2 સેકન્ડ

(B) 4 સેકન્ડ

(C) 19.6 સેકન્ડ

(D) આ પૈકી એકપણ નહિં.

SECTION - B

નીચેના 16 થી 30 પ્રશ્નો કે જે દરેકના 1-1 ગુણ છે. તેના ટૂંકમાં જવાબ આપો.

Answer
Each

51.

16. બિંદુઓ A(-2, 3) અને B(3, 0) ને જોડતા રેખાખંડનું A તરફથી Y- અક્ષ કયા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરશે?

17. વર્તુળના વ્યાસને સમાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ $2x - 3y + 12 = 0$ અને $x + 4y - 5 = 0$ હોય તથા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ 49π એકમ હોય તેવા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

18. ઉગમબિંદુ શિરોબિંદુવાળા અને (2, 3) માંથી પસાર થતા X- અક્ષ પ્રત્યે સંમિત પરવલયનું સમીકરણ મેળવો.

19. એવા ઉપવલયની ઉત્કેન્દ્રતા શોધો કે જેના નાભિલંબની લંબાઈ તેના પ્રધાન અક્ષની લંબાઈ કરતાં અડધી હોય.

52.

અથવા

53.

ઉપવલય $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ના સહાયક વૃત્ત અને નિયામિકાવૃત્તનાં સમીકરણ મેળવો.

20. R^2 માં (3, 4) ને લંબએકમ સદિશ શોધો.

21. V(3, 2, -4), A(4, 3, 3), B(3, 2, 1), C(1, 2, -1) તો ચતુષ્ફલક V-ABC નું ઘનફળ શોધો.

54.

22. (2, 3, 4) માંથી પસાર થતી અને $\frac{x-1}{3} = \frac{2-y}{-5} = \frac{z-10}{15}$ ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ શોધો.

23. સમીકરણ $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y + 8z - 1 = 0$ ગોલક દર્શાવે તો તેનાં કેન્દ્ર, ત્રિજ્યા શોધો.

24. $f(x) = \log_x 7$ તો $f'(7)$ શોધો.

25. ધાતુની વર્તુળાકાર પ્લેટને ગરમ કરતાં તેની ત્રિજ્યા 2% વધે છે. ત્રિજ્યા 10 સેમી. હોય ત્યારે તેના ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો શોધો.

અથવા

$f(x) = \sin x + \cos x + 1$, $x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$ ને રોલનું પ્રમેય લગાડી c શોધો.

26. સૂત્ર $\int (f(x) + f'(x))e^x dx = e^x f(x) + c$ નો ઉપયોગ કરી

$$\int \left(\log x + \frac{1}{x^2} \right) e^x dx \text{ મેળવો; જ્યાં } x > 0$$

અથવા

$$\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx \text{ મેળવો.}$$

27. $\int_0^k \frac{dx}{2+8x^2} = \frac{\pi}{16}$ તો k શોધો.

28. $\sec^2 x \cdot \tan y dx + \sec^2 y \cdot \tan x dy = 0$ ઉકેલો.

29. બે પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થનો પ્રારંભિક વેગ 28 મી/સે. હોય અને સમક્ષિતિજ વિસ્તાર 40 મી. હોયતો પ્રક્ષેપન કોણ શોધો.

30. t સમયે સમક્ષિતિજ રેખા પર ગતિ કરતા કણનું નિશ્ચિત બિંદુથી અંતર x હોય તો $x = 4t^2 + 2t$ છે તો $t = \frac{1}{2}$ સમયે વેગ તથા પ્રવેગ શોધો.

SECTION - C

નીચે આપેલા 31 થી 40 કે જે દરેકના 2-2 ગુણ છે તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો.

20

31. $A(3, -1)$, $B(0, 3)$ માંથી પસાર થતી રેખાનાં પ્રચલ સમીકરણ મેળવો. તે પરથી $\vec{BA} - \vec{AB}$ ને ગણસ્વરૂપમાં દર્શાવો.

અથવા

રેખાઓ $x \sec \theta + y \operatorname{cosec} \theta = a$ અને $x \cos \theta - y \sin \theta = a \cos 2\theta$ ના ઉગમબિંદુથી લંબઅંતર અનુક્રમે p અને p' હોય, તો સાબિત કરો કે $4p^2 + p'^2 = a^2$.

32. $3x + 4y + 16 = 0$ પરવલય $y^2 = Kx$ નો સ્પર્શક હોય તો K શોધો તથા સ્પર્શબિંદુના યામ શોધો.

અથવા

પરવલય $y^2 = 16x$ ની એક નાભિજીવાનું એક અંત્યબિંદુ $(4, 8)$ છે. તો બીજું અંત્યબિંદુ શોધો તથા આ નાભિજીવાની લંબાઈ શોધો.

Answer
Each

51.

33. ઉપવલય $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ને સ્પર્શક પ્રધાન અક્ષને T બિંદુમાં અને ગૌણ અક્ષને બિંદુ N માં છેદે તો

$$\text{સાબિત કરો કે } \frac{a^2}{CT^2} + \frac{b^2}{CN^2} = 1.$$

34. અતિવલયનાં બિંદુ $P(\theta)$ અને $Q(\phi)$ ને જોડતી જીવા કેન્દ્ર $C(0, 0)$ આગળ કાટખૂણો આંતરે તો સાબિત કરો કે $a^2 + b^2 \sin \theta \cdot \sin \phi = 0$.

52.]

અથવા

અતિવલય $5x^2 - y^2 = 5$ ને બિંદુ $(0, 2)$ માંથી પસાર થતાં સ્પર્શકોનાં સમીકરણ મેળવો.

53.]

35. $(2, 1, 1)$ તથા $(1, 2, 3)$ ને લંબ એકમ સદિશ શોધો.

36. જો $\vec{x} \perp \vec{y}$ તથા \vec{x} અને \vec{y} એકમ સદિશ હોય તો સાબિત કરો કે $|\vec{x} \times \vec{y}|$ પણ એકમ સદિશ છે.

54.]

37. ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ તથા સમતલ $2x + 2y + z = 12$ ના છેદથી બનતા વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.

38. $f(a) = 2, f'(a) = 1, g(a) = -1, g'(a) = 2$ તો $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) \cdot g(a) - g(x) \cdot f(a)}{x - a}$ શોધો.

અથવા

$$\text{જો } x^2 - y^2 = 1 \text{ તો સાબિત કરો કે } y^3 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = 0.$$

39. $(2, 3)$ એ $y^2 = ax^3 + b$ પર છે તથા $(2, 3)$ આગળ સ્પર્શકનો ઢાળ 4 છે તો a, b શોધો.

40. $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(x e^x)} dx$ મેળવો.

SECTION - D

નીચેના 41 થી 50 પ્રશ્નો કે જે દરેકના 3-3 ગુણ છે તેના માગ્યા મુજબ જવાબ આપો.

30

41. જો $P(at^2, 2at)$, $Q\left(\frac{a}{t^2}, \frac{-2a}{t}\right)$ અને $S(a, 0)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SQ}$ નું મૂલ્ય t પર આધારિત નથી.

અથવા

(4, 1), (1, 5), (-2, 1) શિરોબિંદુઓવાળા Δ નું અંતઃકેન્દ્ર શોધો.

42. બંને અક્ષોને સ્પર્શતા તથા પ્રથમ ચરણમાં $3x + 4y - 6 = 0$ રેખાને સ્પર્શતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

વર્તુળો $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 90 = 0$ અને $x^2 + y^2 - 34x - 28y + 260 = 0$ પરસ્પર બહારથી સ્પર્શે છે તેમ બતાવો.

43. (2, 5, 6) તથા (-1, 2, 1) એમ બે બળ કણ પર લાગે છે અને કણ $A(4, -3, -2)$ થી $B(6, 1, -3)$ સુધી સ્થાનાંતર કરે છે બળનો એકમ ન્યૂટન છે અંતર મીટરમાં આપેલ છે તો થયેલ કાર્ય શોધો.

44. $A(1, 0, 3)$ થી $\vec{r} = (4, 7, 1) + k(1, 2, -2)$, $k \in \mathbb{R}$ નું લંબઅંતર શોધો તથા લંબપાદ શોધો.

45. (1, 2, 3) તથા (3, -1, 2) માંથી પસાર થતા $x + 3y + 2z = 7$ ને લંબ સમતલનું સમીકરણ મેળવો.

46. $f(x) = \begin{cases} 3ax + b & , x > 1 \\ 11 & , x = 1 \\ 5ax - 2b & ; x < 1 \end{cases}$ $x = 1$ આગળ સતત છે તો a, b શોધો.

47. બે ગાડી એક જ જગ્યાએથી મુસાફરી શરૂ કરે છે. એક 50 કિમી. / કલાકની ઝડપે દક્ષિણ તરફ તથા બીજી 60 કિમી. / કલાકની ઝડપે પશ્ચિમ તરફ જાય છે. બે કલાક પછી તેમની વચ્ચેના અંતરનો દર શોધો.

અથવા

64 ના એવા બે ભાગ પાડો કે જેથી તેમના ઘનનો સરવાળો ન્યૂનતમ થાય.

48. $\int_1^4 4^x dx$ ની કિંમત સરવાળાના લક્ષ સ્વરૂપે મેળવો.

Answ

Each

49. $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2\theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} d\theta$ મેળવો.

51.

50. વિકલ સમીકરણ $x \frac{dy}{dx} = x + y$ ને ઉકેલ શોધો.

SECTION - E

નીચે આપેલા 51 થી 54 પ્રશ્નો કે જે દરેકના 5-5 ગુન છે તે ના માગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો.

52. 1

51. (4, -2) માંથી પસાર થતી તથા ઉગમબિંદુમાંથી જેના પરના લંબ રેખાખંડની લંબાઈ 2 હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

53. 1

અથવા

(2, 3) માંથી પસાર થતી અને સમાંતર રેખાઓ $2x + y = 3$ અને $2x + y = 5$ વચ્ચે

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ લંબાઈનો રેખાખંડ કાપતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

54. 1

52. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ મેળવો.

1

53. $x = a(\cos \theta + \theta \sin \theta)$, $y = a(\sin \theta - \theta \cos \theta)$, તો સાબિત કરો કે

$y_2 = \frac{\sec^3 \theta}{a\theta}$; $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $a \neq 0$.

54. $\int \frac{dx}{x^4 + 1}$ મેળવો.

અથવા

$\int \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} dx$ મેળવો જ્યાં $x > 3$.